

Рябичев Андрей Дмитриевич

## **$h$ -принцип и глобальная теория особенностей**

*Ключевые слова: геометрическая топология, теория особенностей,  $h$ -принцип.*

Данный проект посвящён изучению отображений многообразий, имеющих заданные бордмановские особенности.

В статье 1970 года Я. М. Элиашберг доказал так называемый  $h$ -принцип для отображений многообразий одинаковой размерности, имеющих особенность типа складки. Утверждение  $h$ -принципа может быть сформулировано так: *Отображение двух многообразий гомотопно отображению с заданным множеством складок, если и только если некоторые два векторных расслоения над многообразием-сорсом изоморфны*. Первое из этих векторных расслоений — просто обратный образ касательного расслоения к многообразию-таргету. Второе расслоение называется *скрученным касательным расслоением* и получается из касательного расслоения к сорсу некоторой переклейкой.

В своей кандидатской диссертации (2017-2020) я обобщил теорему Элиашберга на произвольные бордмановские особенности. Эти особенности должны быть заданы на всём множестве предполагаемых критических точек. На выходе моя теорема даёт отображение, имеющее каждой точке такую же особенность (с точностью до локальной  $L$ -эквивалентности) и не имеющее других особенностей. Скрученное касательное расслоение строится на основании всех ростков во всех особых точках.

Переклейку, при помощи которой получается скрученное касательное расслоение, для многообразий размерности 2 и 3 удаётся описать комбинаторно (без использования всех данных о ростках). На основании этого я вычислил характеристические классы скрученного касательного расслоения в терминах классов гомологий бордмановских стратов особенностей.

Доказательство основной теоремы из диссертации впоследствии удалось существенно упростить, сейчас я готовлю к подаче в журнал статью, где оно излагается. Дальнейшая работа в рамках этого проекта разбивается на два независимых направления.

Первое направление. Хочется придумать комбинаторное описание переклеек, посредством которых получается скрученное касательное расслоение, для многообразий произвольной одинаковой размерности. Первый шаг — в размерности 4 это скорее всего получится сделать руками, так же, как это удалось для размерностей 2 и 3.

Чуть более простая задача — вычислить в общем случае харклассы скрученного касательного расслоения в терминах классов гомологий бордмановских стратов особенностей. Также хочется понять, как это вычисление связано с многочленами Тома, которые, наоборот, выражают классы стратов особенностей через классы Штифеля-Уитни.

Второе направление. В статье 1972 года Я. М. Элиашберг обобщает свой  $h$ -принцип на отображения многообразий разной размерности. Можно произвести соответствующее обобщение и для моей теоремы, доказываться оно должно аналогично. Далее это обобщение было бы интересно применить, например, для классификации критических множеств общих отображений из трёхмерных многообразий в двумерные.