

Отчёт за 2023 год по конкурсу «Молодая математика России»

Кумаллагов Давид Зелимович

1 Проведённые исследования

Построены и детально изучены гладкие весовые структуры w_{Sm}^δ на относительных мотивных категориях $\mathfrak{D}(S)$, основными примерами которых для нас являются $SH(S)$, $DM(S)$, $D_{\mathbb{A}^1}(S)$, $MGL - mod(S)$ и $MZ - mod$. Эти конструкции обобщают аналогичные построения из статей [2], [4], [8], [9].

Напомним, что w_{Sm}^δ порождена классом $\{\mathcal{M}^{BM}(X/S)\langle\delta(X) + j\rangle[t_j]\}$; здесь X - схема конечного типа над базой S , \mathcal{M}^{BM} - мотив Бореля-Мура (мотив с "компактным носителем"), а $\delta : X \rightarrow \mathbb{Z}$ - функция размерности из [10], в то время как δ -гомотопическая t -структура порождена на $\{\mathcal{M}^{BM}(X/S)\langle\delta(X)\rangle\{n\}\}$. Получены утверждения о консервативности некоторых весовых срезов. Используя результаты работы [5] доказано, что t^δ -положительность (соотв., отрицательность) мотивного спектра $E \in \mathfrak{D}(S)$ эквивалентна обнулению предпучков δ -весовых гомологий $H_i^\delta(E)$ при $i \leq 0$ (соотв, $i \geq 0$). Это дает сильное обобщение основной теоремы статьи [2], не использующее предположение о разрешении особенностей.

На основе этих результатов определены δ -пучки Чжоу-весовых гомологий на $\mathfrak{D}(S)$, обобщающие соответствующие конструкции из [3], [6] и [7] на произвольную базу S .

Продолжено изучение определенных ранее бирациональных инвариантов относительных схем - высших неразветвленных когомологий Бореля-Мура, аналогичных построенным в [8], [11], [12].

Наконец, изучаются весовые структуры на тензорном произведении стабильных взвешенных ∞ -категорий. Помимо самостоятельного интереса таких конструкций, как и аналогичных им в случае t -структур, мы интересуемся следующим вопросом: известно, что спектр R_{DR} , представляющий когомологии Де Рама в $DM_{\mathbb{Q}}$, расщепляется t -структурой Чжоу из [4] (это результат верен для любых спектров, представляющих так называемые когомологии Вейля). Предполагается, что это расщепление является совместимым с умножением $m : R_{DR} \otimes R_{DR} \rightarrow R_{DR}$, построенным в [1].

2 Работы

David Kumallagov, "Relative smooth weights and unramified cohomology", in preparation.

David Kumallagov, "Tensor constructions and weight structures in stable ∞ -categories", in preparation.

3 Конференции и школы

- Осенняя школа-конференция Института Эйлера по алгебре AUTUMN ALGEULER, 1-5 ноября 2023.

4 Работа в научных центрах и международных группах

Сотрудник научно-образовательного центра математики НИУ ИТМО.

Приглашенный преподаватель в Харбинский политехнический университет (в рамках сотрудничества СПбГУ и ХПУ).

5 Педагогическая деятельность

- Курс «Алгебра и теория чисел», СПбГУ, лектор и семинарист.
- Курс «Римановы поверхности», НИУ ИТМО, лектор.
- Курс «Линейная алгебра», НИУ ИТМО, лектор.
- Участник семинара "Гомологии узлов".

Список литературы

- [1] Ayoub J., L'algèbre de Hopf et le groupe de Galois motiviques d'un corps de caractéristique nulle, I// J. reine angew. Math. 693 (2014), 1–149.
- [2] M. Bondarko, F. Déglise, Dimensional homotopy t-structures in motivic homotopy theory. Advances in Mathematics, 2017, 311, pp.91 - 189.

- [3] Bondarko M.V., Kumallagov D.Z., On Chow-Weight Homology of Motivic Complexes and Its Relation to Motivic Homology. *Vestnik St.Petersb. Univ.Math.* 53, 377–397 (2020).
- [4] M.V. Bondarko, D.Z.Kumallagov, “Smooth weight structures and birationality filtrations on motivic categories”, *Algebra i Analiz*, 33:5 (2021), 51–79.
- [5] M.V. Bondarko, A.Yu. Luzgarev, On relative K-motives, weights for them, and negative K-groups, arXiv:1605.08435v3, 2016.
- [6] Bondarko M. V., Sosnilo V. A., On Chow-weight homology of geometric motives, *Trans. Amer. Math. Soc.* 375 (2022), 173-244.
- [7] Kahn B., Levine M. Motives of Azumaya algebras// *J. of the Inst. of Math. of Jussieu*, vol. 9 (2010), 481–599.
- [8] Kahn B., Sujatha R., Birational motives, II: triangulated birational motives, *Int. Math. Res. Not. IMRN* 22 (2017), no. 22, 6778–6831.
- [9] P. Pelaez, Birational motivic homotopy theories and the slice filtration, *Doc. Math.* 18 (2013) 51–70.
- [10] V. Pilloni, B. Stroh, Fonctions de dimension, in: *Travaux de Gabber sur l’uniformisation locale et la cohomologie étale des schémas quasi-excellents*, in: *Astérisque*, vol.361–362, S.M.F., 2014, pp.279–294.
- [11] S. Schreieder, Refined unramified homology of schemes, preprint, 2022; <https://arxiv.org/abs/2010.05814>.
- [12] S. Schreieder, A moving lemma for cohomology with support, preprint; <https://arxiv.org/abs/2207.08297v1>