

Отчёт за 2022 год по конкурсу «Молодая математика России»

Кумаллагов Давид Зелимович

1 Проведённые исследования

Продолжено изучение различных весовых структур на относительных мотивных категориях $\mathfrak{D}(S)$. А именно, гладкая весовая структура $w_{S_m}^\delta$, построенная и исследованная в работе [3], расширена на различные категории относительных мотивов. Более того, следуя работе [1], мы порождаем $w_{S_m}^\delta$ классом $\{\mathcal{M}^{BM}(X/S)\langle\delta(X) + j\rangle[t_j]\}$; здесь X - схема конечного типа над базой S , \mathcal{M}^{BM} - мотив Бореля-Мура (мотив с "компактным носителем"), а $\delta : X \rightarrow \mathbb{Z}$ - функция размерности из [6]. Доказано, что веса мотивного спектра определяются значениями на полях функций, также получен критерий весо-неотрицательности мотива в терминах его гомологий относительно превратной t^δ -структуры. Получена весо-точность связующих функторов между категориями $SH(S)$, $DM(S)$, $D_{\mathbb{A}^1}(S)$ и $MGL - mod(S)$.

Мы показываем, что весовая фильтрация, определенная с помощью $w_{S_m}^{\delta-bir}$ (эта весовая структура отвечает слабо бирациональной фильтрации), сходится на категории DM , и приводим контрпример к искомой сходимости в случае SH . Получены некоторые утверждения о слабой весо-точности тензорных произведений. В частности, используя слабую весо-точность подкрутки на мотив Тейта $-\langle n \rangle$, мы получаем функторы относительных Чжоу-весовых гомологий на $\mathfrak{D}(S)$ со значениями в слабо бирациональных пучках, что сильно обобщает конструкции из [2], [4].

Наконец, продолжено изучение неразветвленных когомологий. Мы определяем относительные высшие неразветвленные когомологии X/S как образ когомологий Бореля-Мура $H^{BM}(\bar{X})$ в $H^{BM}(K)$, где \bar{X} - компактная регулярная модель, а K - общая точка. Это даёт бирациональные инварианты относительных схем, а также "мотивность" аналогичных конструкций из статей [5], [7], [8]. Вычислены некоторые примеры этих неразветвленных когомологий.

2 Работы

David Kumallagov, Relative smooth weights and unramified cohomology, in preparation.

3 Диссертация

Подготовлена и защищена диссертация "Весовые структуры на мотивных категориях и их применения" (15 июня 2022 года, ПОМИ РАН, научный руководитель М.В. Бондарко).

4 Конференции и школы

- Летняя школа «Алгебра и геометрия», 28.07-31.07 2022, Суздаль.
- Летняя школа института Эйлера по алгебре «ALGEULER», 22.08 - 26.08 2022, СПбГУ.
- Summer school «Motives in Ratisbona», 12-16 September 2022, University of Regensburg.
- Conference «Algebraic groups, their friend and relations», 19-23 September 2022, PDMI.

5 Работа в научных центрах и международных группах

Являлся сотрудником Международного математического института им. Леонарда Эйлера.

6 Педагогическая деятельность

- Семинарист к курсам «Алгебра и теория чисел», СПбГУ.
- Курс «Геометрия многообразий», ИТМО, лектор и семинарист.
- Участник семинаров " ∞ -категории", "Нестабильная теория гомотопий" и "Гомологии Хованова".

Список литературы

- [1] M. Bondarko, F. Déglise, Dimensional homotopy t-structures in motivic homotopy theory. *Advances in Mathematics*, 2017, 311, pp.91 - 189.
- [2] Bondarko M.V., Kumallagov D.Z., On Chow-Weight Homology of Motivic Complexes and Its Relation to Motivic Homology. *Vestnik St.Petersb. Univ.Math.* 53, 377–397 (2020).
- [3] M.V. Bondarko, D.Z. Kumallagov, “Smooth weight structures and birationality filtrations on motivic categories”, *Algebra i Analiz*, 33:5 (2021), 51–79.
- [4] Bondarko M. V., Sosnilo V. A., On Chow-weight homology of geometric motives, *Trans. Amer. Math. Soc.* 375 (2022), 173-244.
- [5] Kahn B., Sujatha R., Birational motives, II: triangulated birational motives, *Int. Math. Res. Not. IMRN* 22 (2017), no. 22, 6778–6831.
- [6] V. Pilloni, B. Stroh, Fonctions de dimension, in: *Travaux de Gabber sur l’uniformisation locale et la cohomologie étale des schémas quasi-excellents*, in: *Astérisque*, vol.361–362, S.M.F., 2014, pp.279–294.
- [7] S. Schreieder, Refined unramified homology of schemes, preprint, 2022; <https://arxiv.org/abs/2010.05814>.
- [8] S. Schreieder, A moving lemma for cohomology with support, preprint; <https://arxiv.org/abs/2207.08297v1>