

О топологической классификации диффеоморфизмов Морса - Смейла и их вложимости в потоки.

Миникурс из 3 лекций, 17-21 апреля 2012 г.

Читают: В.З.Гринес и О.В.Починка

Лекция 1. Топологическая классификация диффеоморфизмов Морса-Смейла на 3-многообразиях.

В лекции будет представлено современное состояние топологической классификации структурно устойчивых динамических систем с конечным неблуждающим множеством (систем Морса-Смейла). Основной упор будет сделан на описание сравнительно новых топологических инвариантов, описывающих вложение (возможно дикое) инвариантных многообразий седловых периодических точек диффеоморфизмов трехмерных многообразий. Наличие таких инвариантов приводит к возможности существования счетного множества топологически несопряженных диффеоморфизмов Морса-Смейла с одинаковыми фазовыми диаграммами Смейла или графами типа графа Пейкшото на 3-многообразиях.

Лекция 2. Глобальная Функция Ляпунова для динамических систем Морса-Смейла.

В лекции будет дан обзор современного состояния проблем, связанных с существованием глобальной функции Ляпунова у динамической системы. В частности, будет показано, что любой каскад Морса-Смейла обладает глобальной функцией Ляпунова, являющейся функцией Морса. Более того, в двумерном случае эту функцию можно построить так, что множество ее критических точек будет совпадать с неблуждающим множеством системы. Функция Ляпунова с таким свойством называется энергетической и обладает свойствами наиболее тесно связанными с динамикой диффеоморфизма Морса-Смейла. Будет объяснен феномен отсутствия энергетической функции для некоторых диффеоморфизмов трехмерных многообразий. Будут представлены условия существования энергетической функции и приведены примеры построения квазиэнергетической функции. Будут показаны новые взаимоотношения между топологией объемлющего пространства и динамикой систем Морса-Смейла на 3-многообразиях.

Лекция 3. Условия включения каскада Морса-Смейла в топологический поток.

Лекция посвящена решению проблемы Дж. Палиса нахождения критерия включения дискретной динамической системы Морса-Смейла в топологический поток. Дж. Палис привел список необходимых условий такого включения для каскадов Морса-Смейла на многообразиях любой размерности и доказал, что они также являются достаточными для диффеоморфизмов поверхности. В размерности 3 возникают принципиально новые препятствия, связанные с возможностью дикого вложения пучков сепаратрис седловых периодических точек. Будет представлено решение проблемы Палиса в случае, когда размерность несущего многообразия равна 3.