

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ЗАЧЕТА

Вопросы со звездочкой даются только с согласия сдающего зачет.

1. Аффинная геометрия.
  - 1.1. Аффинная группа пространства  $L$ , параллельного векторному пространству  $V$ , содержит подгруппу, изоморфную линейной группе пространства  $V$  и нормальную подгруппу, изоморфную самому пространству  $V$  (как группе по сложению), фактор по которой изоморфен линейной группе пространства  $V$ .
  - 1.2. \*Аффинные пространства и аффинные отображения образуют категорию. “Категорная” версия утверждения из пункта 1.1.
  - 1.3. Аффинная группа аффинной гиперплоскости изоморфна нормализатору этой гиперплоскости в линейной группе объемлющего векторного пространства.
  - 1.4. Аффинная группа  $n$ -мерного пространства действует точно транзитивно на наборах из  $(n + 1)$  точек общего положения.
2. Выпуклая геометрия
  - 2.1. \*Шар в нормированном векторном пространстве — выпуклое множество.
  - 2.2. Аффинная оболочка множества — множество выпуклых комбинаций конечных наборов его точек.
  - 2.3. Теорема Каратеодори.
  - 2.4. Теорема Радона.
  - 2.5. Теорема Хелли.
  - 2.6. Теорема об отделяющей гиперплоскости (для замкнутых выпуклых множеств в  $\mathbb{R}^n$ ).
  - 2.7. Теорема Крейна–Мильмана (в  $\mathbb{R}^n$ ).
  - 2.8. Эквивалентность двух определений выпуклого многогранника в  $\mathbb{R}^n$ : выпуклая оболочка конечного числа точек и компактное пересечение конечного числа полупространств.
3. Проективная геометрия
  - 3.1. Проективная группа проективизации векторного пространства  $V$  изоморфна фактору линейной группы  $V$  по подгруппе, состоящей из кратных единичного оператора.
  - 3.2. Аффинная группа изоморфна нормализатору гиперплоскости в проективной группе.
  - 3.3. Проективная действует точно транзитивно на наборах из  $(n + 2)$  точек обзего положения.
  - 3.4. Теорема Дезарга и двойственная.
  - 3.5. Теорема Паппа и теорема Паскаля.
4. Билинейные и квадратичные формы, квадрики.
  - 4.1. Проективная классификация квадратичных форм над произвольным полем характеристики, не равной 2, над  $\mathbb{C}$  и над  $\mathbb{R}$ .
  - 4.2. Проективная классификация квадрик над  $\mathbb{C}$  и над  $\mathbb{R}$ .
  - 4.3. \*Аффинная классификация квадратичных форм над произвольным полем характеристики, не равной 2, над  $\mathbb{R}$  и над  $\mathbb{C}$ .
  - 4.4. \*Аффинная классификация квадрик над  $\mathbb{R}$  и над  $\mathbb{C}$ .
5. Геометрия Лобачевского
  - 5.1. Эквивалентность четырех стандартных моделей плоскости Лобачевского.
  - 5.2. Аффинное преобразование плоскости Лобачевского продолжается по непрерывности на абсолют и определяется своим ограничением на абсолют.
  - 5.3. Аффинная группа плоскости Лобачевского действует точно транзитивно на тройках различных точек абсолюта.
  - 5.4. Аффинная группа плоскости Лобачевского действует точно транзитивно на множестве флагов.
  - 5.5. Любая риманова метрика (на плоскости) является метрикой.
  - 5.6. В каждой из четырех стандартных моделей существует (\*и единственна риманова) метрика, инвариантная относительно аффинных преобразований.
  - 5.7. Метрика, инвариантная относительно аффинных преобразований плоскости Лобачевского, обладает свойствами метрики Лобачевского.
  - 5.8. Явные формулы для метрики Лобачевского в моделях Пуанкаре \*и Клейна.
  - 5.9. \*Площадь треугольника на плоскости Лобачевского пропорциональна его дефекту.
  - 5.10. \*Площадь многоугольника на плоскости Лобачевского аффинно инвариантна.